

ВЗАИМОСВЯЗЬ КОГНИТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК УЧАЩИХСЯ И УСПЕШНОСТИ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ (НА ПРИМЕРЕ СТАРШЕГО ШКОЛЬНОГО ВОЗРАСТА)¹

© 2013 г. Т. Н. Тихомирова*, Ю. В. Ковас**

* Кандидат психологических наук, старший научный сотрудник
Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института психологии
РАН, Москва; e-mail: tikho@mail.ru

** Доктор психологических наук, заведующая лабораторией когнитивных исследований
и психогенетики Национального исследовательского Томского государственного университета, директор
Международной лаборатории
междисциплинарных исследований индивидуальных различий в обучении, Голдсмитс,
Университет Лондона, Лондон;
e-mail: kovas@gold.ac.uk

Проводится эмпирический анализ различных аспектов чувства числа, а также показателей пространственной памяти и скорости переработки информации, измеренных с помощью оригинального диагностического инструментария, и их связи с показателями успешности решения математических заданий. Рассматриваемые когнитивные характеристики анализировались как предикторы успешности учащихся старшего школьного возраста в решении математических заданий. Согласно полученным результатам, только показатель пространственной памяти является статистически достоверным предиктором успешности решения математических заданий при контроле других когнитивных характеристик. Показатели чувства числа не обнаружили статистически достоверных взаимосвязей с успешностью в решении математических заданий.

Ключевые слова: чувство числа, пространственная память, скорость переработки информации, успешность в решении математических заданий, старший школьный возраст, гендерные различия.

Проблема изучения качества и направления взаимосвязи различных когнитивных характеристик личности и успешности в решении математических заданий связана, прежде всего, с реальными достижениями в различных предметных областях научного знания и общественной жизни. Высокий уровень математических достижений на индивидуальном уровне является основой развития практически всех областей науки, технологии, инжиниринга и самой математики², а следовательно, и инновационного развития общества. Так, по последним оценкам, даже небольшое улучшение в математических достижениях (половина стандартного отклонения) на индивидуальном уровне может привести к увеличению годового ВВП государства почти на один процент [8].

Несмотря на универсальность способности понимать информацию, выраженную в числах, люди по-разному усваивают математику. Особенно ярко этот факт проявляется в период школьного обучения. Одни учащиеся проявляют к математическим дисциплинам живой интерес, с легкостью усваивают математические понятия и достигают высокого уровня в решении математических заданий. Другим школьникам математика не нравится, они ее боятся или имеют затруднения в понимании и применении математических понятий. Научный поиск когнитивных процессов, лежащих в основе успешности решения математических заданий, в конечном счете, позволит разработать рекомендации для создания доступных индивидуально-ориентированных систем обучения, соответствующих ожиданиям и запросам общества.

В теоретическом отношении проблема изучения взаимосвязи различных когнитивных характеристик личности и успешности в решении математических заданий трансформируется в глобальную, еще более актуальную и дискусс-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ, государственный контракт № 02.740.11.5210 (руководитель проекта – А.Л. Журавлев).

² В англоязычной терминологии – наукоемкие отрасли = STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics).

онную проблему выявления когнитивных процессов, лежащих в основе математических способностей.

Наиболее активно эта исследовательская проблематика разрабатывается в психогенетических исследованиях, где предметом анализа становится изучение вклада генетических и средовых факторов в выраженность индивидуальных различий в успешность в математике [3, 9, 22, 23, 29 и др.]. Так, соотнесение когнитивных показателей и показателей успешности решения математических заданий в рамках многомерного генетического анализа позволяет говорить о том, что “универсальные” гены, связанные с показателями успешности в математике, влияют и на различного рода показатели когнитивного развития [22]. Еще одна область психологической науки, в которой исследования связи когнитивных характеристик и способности к обучению математике проводятся регулярно, – это изучение когнитивных особенностей людей с различными генетическими заболеваниями [4, 15, 24, 25 и др.]. В частности, показано, что различные виды генетических расстройств “формируют” разные профили нарушений в когнитивных особенностях и нарушения в различных областях математического знания (например, [33]).

Результаты имеющихся исследований в области когнитивной психологии демонстрируют, что математические способности основываются на таких когнитивных характеристиках, как различные аспекты чувства числа [18, 22, 27, 31 и др.], особенности пространственной памяти [5, 6, 28 и др.] и скорости переработки информации [2, 10 и др.].

Наиболее исследованным (конечно, после тестового показателя общего интеллекта [11, 16]) является факт взаимосвязи пространственной памяти с успешностью в решении математических заданий. В частности, зафиксированы значимые положительные корреляции между показателями пространственных способностей и успешностью в математических дисциплинах [7, 20 и др.]. Также установлено, что низкие показатели успешности в решении математических заданий коррелируют с низкими показателями пространственной памяти в задании “Последовательности” [7]. При этом предполагается, что взаимосвязи между пространственной памятью и успешностью в математике могут быть опосредованы скоростью переработки информации [там же]. В ряде работ продемонстрировано, что в среднем мужчины лучше, чем женщины, решают задачи на пространственную память и показывают более высокие достижения в математике [5, 6 и др.], естественных науках, технике, инжиниринге и наукоемких отраслях в целом (например, [34]).

Наименее исследованным в контексте взаимосвязи с успешностью в решении математических заданий является феномен чувства числа (“*Number Sense*”) [12]. Под чувством числа понимается способность к восприятию некоторого количества объектов, не прибегая к счету этих объектов, и умение оперировать данным количеством. При этом выделяются различные аспекты чувства числа, например, такие, как соотнесение некоторого количества объектов с их символическим выражением [13], установление точной позиции числа на числовой линии [31] и др. Установлено, что существуют значимые различия в индивидуальных показателях различных аспектов чувства числа у 14-летних детей при контроле индивидуальных различий в интеллектуальных показателях [19].

Результаты исследований также констатируют, что индивидуальные различия в чувстве числа коррелируют с успешностью выполнения стандартизированных математических тестов в 14-летнем и более младших возрастах [19]. Следует отметить, что различные аспекты чувства числа в разной степени связаны с успешностью решения математических заданий. Так, наиболее сильные корреляционные взаимосвязи обнаружены между показателем установления точной позиции числа на числовой линии и успешностью в математике [31]. Однако не все исследовательские работы подтверждают наличие взаимосвязей различных аспектов чувства числа с успешностью в математических дисциплинах. Результаты по меньшей мере одного исследования не обнаруживают взаимосвязи между чувством числа и успешностью решения математических заданий в дошкольном возрасте при контроле показателей кратковременной памяти, знания чисел и других когнитивных характеристик [32]. Кроме того, в недавнем исследовании, включающем выборку взрослых людей, не установлен факт наличия взаимосвязи между чувством числа и успешностью в математике [21]. Следует отметить, что источники таких диаметрально противоположных результатов остаются на данный момент не объясненными. Возможно, наблюдаемая разница в данных этих исследований может объясняться тем, что характер связи между чувством числа и успешностью в математических дисциплинах меняется с возрастом: например, если в школьном возрасте показатели чувства числа и успешность в математике взаимосвязаны, то во взрослом возрасте связи чувства числа с индивидуальными различиями в решении математических заданий оказываются недостоверными.

В отличие от исследований, в которых изучалась связь показателей скорости переработки информации с IQ (например, [1, 2, 14]), имеющих давнюю традицию, эмпирических работ о взаимосвязи этого когнитивного показателя с успешностью в математике немного. В частности, выявлено, что индивидуальные различия в скорости переработки информации связаны с успешностью выполнения математических тестовых заданий [30].

Таким образом, в результате теоретического анализа сформулированы некоторые перспективные направления изучения связи показателей чувства числа, пространственной памяти и скорости переработки информации с успешностью решения математических заданий на российской выборке учащихся старшего школьного возраста.

Первый ключевой момент, который заслуживает внимания, – это проблема неоднозначности интерпретации направления наблюдаемых взаимосвязей между показателями когнитивных характеристик и успешности в решении математических заданий. Возможно, например, что высокий уровень успешности в решении математических заданий достигается за счет высокого уровня развития чувства числа или же различия в чувстве числа обусловлены интенсивными занятиями математикой.

Во-вторых, в современных исследованиях существует тенденция к изучению когнитивных характеристик и индивидуальных достижений в наукоемких отраслях через призму гендерных различий.

В-третьих, ставится задача проанализировать рассматриваемые когнитивные характеристики как предикторы успешности в решении математических заданий на выборке российских учащихся старшего школьного возраста с перспективой кросскультурного анализа результатов.

Таким образом, целью исследования является изучение:

- 1) структуры взаимосвязей показателей чувства числа, пространственной памяти, скорости переработки информации;
- 2) гендерных различий в исследуемых когнитивных характеристиках и в показателях успешности решения математических заданий;
- 3) когнитивных характеристик как предикторов успешности решения математических заданий на российской выборке учащихся старшего школьного возраста.

МЕТОДИКА

В исследовании приняли участие 117 учащихся 9–10-х классов муниципального образовательного учреждения Московской области³ (возраст от 15 до 16 лет, 41% юношей и 59% девушек).

В качестве диагностического инструмента была использована русскоязычная интернет-версия тестовой батареи (<http://research.inlab.co.uk>), разработанной в Международной лаборатории междисциплинарных исследований индивидуальных различий в обучении (Голдсмита, Университет Лондона). Эта тестовая батарея включает следующие группы тестов:

2 теста на чувство числа

Соотнесение символически и не символически выраженного количества, тест “Точки и числа”. Стимульный материал, предъявляемый испытуемым на экране, состоит из массива точек в левой части экрана и числа в правой его части. Стимулы – статические картинки; расположение точек и порядок предъявления являются одинаковыми для всех испытуемых. Тест включает 36 заданий, из которых 18 конгруэнтных (число соответствует количеству точек, см. рис. 1, а) и 18 инконгруэнтных заданий (число не соответствует количеству точек, см. рис. 1, б). Предъявление длится 2 с. Испытуемые должны решить, соответствует ли число количеству точек, затем в течение 8 с нажать нужную клавишу. Программа регистрирует показатель – количество правильных ответов.

Среднее отклонение отмеченной позиции на линии от действительной позиции каждого числа, тест “Числовая линия”. На экране представлена линия “0–1000” с определенным числом в верхней части экрана. Задача испытуемых состоит в том, чтобы разместить на линии то число, которое отображается в верхней части экрана (см. рис. 2). Всего в этом тесте имеется 22 числа, место которых должно быть указано испытуемыми посредством компьютерной мыши на линии. Программа регистрирует показатель – среднее отклонение отмеченной испытуемым позиции на линии от действительной позиции каждого числа. Таким образом, чем больше значение показателя по этому тесту, тем хуже результат испытуемого.

³ Сбор данных осуществлялся в рамках муниципальной экспериментальной площадки “Гимназия как модель многопрофильного образования” на базе МОУ “Гимназия имени Подольских курсантов”. Авторы благодарят администрацию и педагогов гимназии за содействие при проведении исследования.

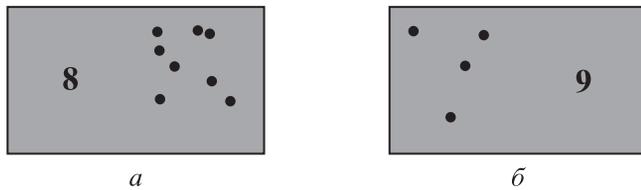


Рис. 1. Пример конгруэнтного (а) и инконгруэнтного (б) задания теста “Точки и числа”.

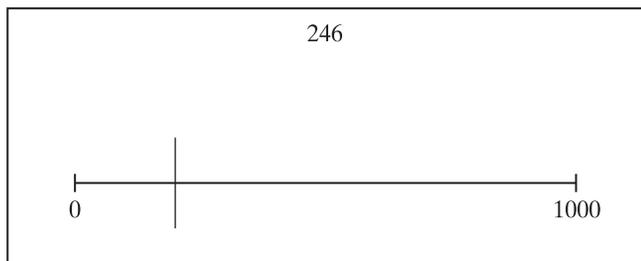


Рис. 2. Пример задания теста “Числовая линия”.

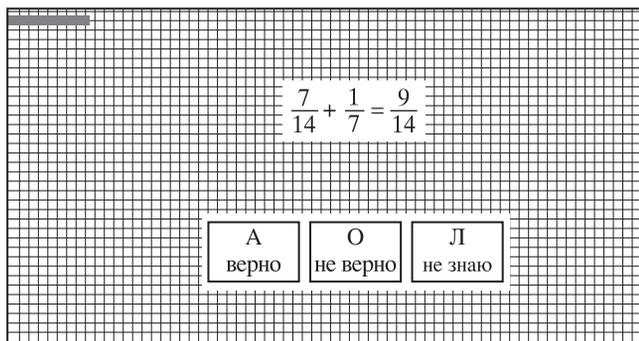


Рис. 3. Пример задания теста “Верно или не верно”.

2 теста, направленные на выявление индивидуальной успешности в решении математических заданий

Математическая беглость, тест “Верно или не верно?”. Стимульный материал, предъявляемый испытуемым на экране, состоит из уже решенного математического примера в верхней ча-

сти экрана и “ключей”: “Верно=А”, “Не верно=О” и “Не знаю=Л” в нижней части экрана (см. рис. 3). Испытуемые должны решить, верно или неверно выполнен каждый математический пример, и в течение 10 с нажать соответствующую клавишу на клавиатуре. Индикатор времени расположен в правой верхней части экрана, чтобы показать испытуемым оставшееся на решение время. Если ответ не дан в обозначенное время, программа автоматически переходит к следующему заданию. Этот тест состоит из 48 математических заданий на арифметические действия с числами и дробями. Программа регистрирует показатель – количество правильных ответов.

Успешность в решении математических заданий, тест “Понимание чисел”. Тест включает 18 математических заданий, сформированных в соответствии с Национальными образовательными стандартами Великобритании в области математики (*UK National Curriculum*, математические сборники *NFER-Nelson* <http://www.nfer.ac.uk/schools/>). Решение этих заданий требует понимания математических операций и их отношений, сформулированных в виде математических, логических задач и уравнений [26]. Математические задания организованы в три уровня различной сложности, соответственно состоящие из 6 заданий (см. рис. 4). Администрирование этого теста осуществляется как разветвленная система: отправной точкой является одинаковое задание для всех испытуемых, но последовательность, в которой далее предлагаются задания, определяется успешностью учащихся в решении математических заданий. Испытуемые должны правильно решить каждое задание не более чем за 5 мин. Испытуемые начинают с заданий среднего по сложности уровня и получают 1 балл за каждый правильный ответ. Если предъявляемые задания этого уровня выполнены правильно, испытуемые переходят на следующий уровень и ответы предыдущих уровней зачисляются как верно решенные. Если на

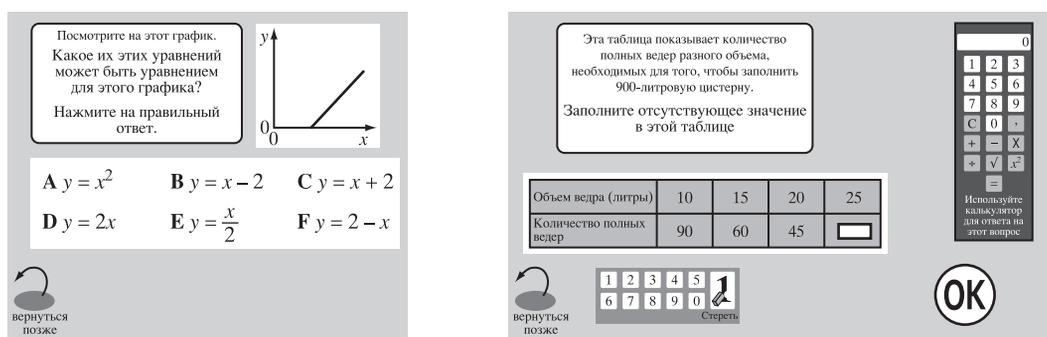


Рис. 4. Примеры заданий теста “Понимание чисел”.

вопрос уровня средней сложности испытуемые ответили неправильно, программа будет задавать вопросы предыдущих, менее сложных уровней. Выполнение теста прерывается, когда на два вопроса одинаковой сложности испытуемый ответил неправильно. Программа регистрирует показатель – количество правильных ответов.

Уровень развития пространственной памяти, тест “Последовательности”. Испытуемым предлагается последовательность из одного за другим “зажигающихся” блоков-кубиков (см. рис. 5). Тест начинается с последовательности из 4 кубиков; максимально возможное количество элементов в последовательности – 9. Во время предъявления кубики “светятся” в течение 1 с (интервал – 1 с). Задача испытуемых состоит в воспроизведении предъявленной последовательности “зажигания” кубиков посредством нажатия на нужные кубики с помощью компьютерной мыши. Тест автоматически прерывается в том случае, если испытуемый неправильно выполняет последовательности на определенном уровне. Программа регистрирует показатель – количество правильных ответов.

Скорость переработки информации, тест “Время реакции”. В этом тесте числа 1, 2, 3, 4 появляются 40 раз в случайном порядке со случайным временным интервалом между 1 и 3 с [11]. Задача состоит в том, чтобы испытуемые нажимали клавиши, соответствующие появляющемуся на экране числу максимально быстро и точно. Время ответа ограничено 8 с. Если ответ не дан в обозначенное время, система автоматически переходит к следующему заданию. Программа регистрирует показатели – количество правильных ответов и среднее значение времени реакции. В статистическом анализе используется только показатель времени реакции на правильные ответы.

Учащиеся в индивидуальном порядке под наблюдением исследователя выполнили все тесты тестовой батареи (среднее время выполнения всех

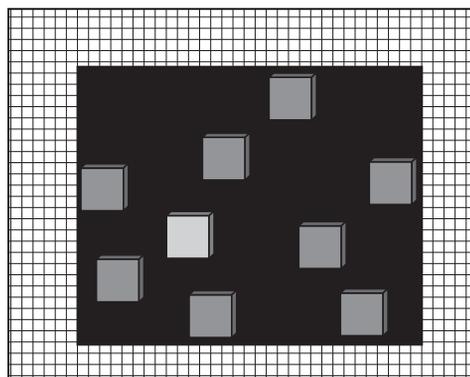


Рис. 5. Пример задания теста “Последовательности”.

тестов равно 1.5 академических часа). Анализ результатов осуществлялся на базе обезличенных персональных данных.

РЕЗУЛЬТАТЫ

В рамках эмпирического исследования анализировались показатели по тестам чувства числа, пространственной памяти, скорости переработки информации и успешности решения математических заданий. Описательные статистики показателей по анализируемым тестам представлены в табл. 1.

В табл. 1 для всех тестов, кроме тестов “Числовая линия” и “Время реакции, среднее время реакции на правильные ответы”, указано среднее значение количества правильных ответов; для теста “Числовая линия” – среднее отклонение отмеченной испытуемым позиции на линии от действительной позиции каждого числа; для теста “Время реакции, среднее время реакции на правильные ответы” – среднее значение времени реакции на правильные ответы. Минимально и максимально возможное количество баллов по тестам составляет: “Последовательности” – от 0 до 12; “Верно или не верно?” – от 0 до 48; “По-

Таблица 1. Средние значения и стандартные отклонения значений по тестам

Тесты	Среднее значение	Стандартное отклонение	Количество испытуемых
“Последовательности”	4.47	1.85	108
“Верно или не верно?”	36.57	6.46	117
“Понимание чисел”	10.33	3.92	117
“Точки и числа”	16.35	7.26	107
“Числовая линия”	45.71	19.55	117
“Время реакции”, количество правильных ответов	37.18	3.08	117
“Время реакции”, среднее время реакции на правильные ответы	1.05	0.58	117

нимание чисел” – от 0 до 18; “Точки и числа” – от 0 до 32; “Время реакции, количество правильных ответов” – от 0 до 40.

Следует отметить, что показатель “Время реакции, количество правильных ответов” имеет среднее значение, равное 37.18 из 40 возможных. Этот результат, как и предполагалось, свидетельствует о легкости выполнения заданий этого теста для большинства испытуемых. Поэтому в дальнейший анализ включен только показатель скорости переработки информации – “Время реакции”, среднее время реакции на правильные ответы.

Корреляционный анализ

На первом этапе анализа были изучены взаимосвязи между различными когнитивными показателями и показателями успешности решения математических заданий. В табл. 2 представлены коэффициенты корреляции Спирмена.

Как и предполагалось, обнаружена статистически достоверная положительная взаимосвязь между двумя показателями успешности выполнения математических заданий, измеренными “скоростным” тестом “Верно или не верно?”, включающим арифметические действия с числами и дробями, и не столь жестко лимитированным по времени тестом “Понимание чисел”, состоящим из алгебраических, геометрических и логических заданий. Следует, однако, отметить, что коэффициент корреляционной связи невысок ($r = 0.41$; $p < 0.05$). Этот результат говорит о возможном использовании различных когнитивных, мотивационных и эмоциональных ресурсов при решении математических заданий с ограничениями и без ограничений во времени.

При анализе корреляционных матриц представляется необходимым отметить невысокое количество статистически достоверных взаимосвязей между рассматриваемыми когнитивными

характеристиками и показателями успешности в решении математических заданий. Так, показатель математической беглости оказался связанным с показателем пространственной памяти ($r = 0.33$; $p < 0.05$). Этот факт хорошо согласуется с уже имеющимися в этой области данными о связи пространственной памяти с индивидуальными различиями в успешности в математических дисциплинах [20 и др.]. В нашем исследовании показатель математической беглости диагностировался с помощью теста “Верно или не верно?”, где испытуемые как можно быстрее должны были определить, правильно или неправильно решены математические задания. Согласно полученным результатам корреляционного анализа, можно предположить, что, с одной стороны, лучше справляются с математическими заданиями те испытуемые, которые имеют более высокие показатели развития пространственной памяти, или, с другой стороны, те, кто более успешен в выполнении математических заданий, обладает более развитой пространственной памятью.

Среди показателей когнитивного развития статистически достоверно коррелируют показатели скорости переработки информации и чувства числа по тесту “Точки и числа”. Заметим, что корреляция имеет отрицательный характер ($r = -0.45$; $p < 0.05$). Следовательно, чем выше скорость переработки информации испытуемых, тем больше правильных ответов они продуцируют при выполнении этого теста чувства числа. Скорее всего, такой результат объясняется тем, что тест “Точки и числа” выполняется при быстром предъявлении стимулов на экране, поэтому испытуемые, которые медлят с ответом и, видимо, пытаются пересчитать точки в каждом задании теста, не успевают дать ответ (нажать нужную клавишу) в заданном временном интервале.

Кроме того, показатель скорости переработки информации оказался достоверно отрицательно взаимосвязанным с показателем чувства числа, измеренным тестом “Числовая линия” ($r = -0.22$;

Таблица 2. Матрица взаимных корреляций когнитивных показателей и тестов успешности решения математических заданий

Показатели по тестам	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
“Последовательности” (1)	1.00	0.33	0.11	-0.06	-0.13	0.07
“Верно или не верно?” (2)	0.33	1.00	0.41	0.03	-0.04	-0.09
“Понимание чисел” (3)	0.11	0.41	1.00	0.04	0.01	-0.07
“Точки и числа” (4)	-0.06	0.03	0.04	1.00	-0.06	-0.45
“Числовая линия” (5)	-0.13	-0.04	0.01	-0.06	1.00	-0.22
“Время реакции” (6)	0.07	-0.09	-0.07	-0.45	-0.22	1.00

Примечание. Коэффициенты корреляции, выделенные полужирным шрифтом, значимы на уровне $p < 0.05$.

$p < 0.05$). Следовательно, испытуемые с более высокой скоростью переработки информации менее точно обозначают позиции на линии предъявляемых в этом тесте чисел. Этот результат апеллирует к классическому компромиссу между правильностью и скоростью и, возможно, объясняется тем, что школьники, которые выполняют задания данного теста медленнее, используют правильные стратегии или проверяют свой ответ перед указанием позиции числа на числовой линии.

Обращает на себя внимание отсутствие статистически достоверных взаимосвязей между показателями чувства числа и успешностью в решении математических заданий. Этот факт можно проинтерпретировать с точки зрения возрастных особенностей испытуемых нашего исследования. Напомним, что в исследовании принимали участие учащиеся старшего школьного возраста. Согласно результатам исследований возрастной динамики связи чувства числа и достижений в математике, наиболее интенсивные взаимосвязи были выявлены в 7–9-летнем возрасте [21]; наличие статистически достоверных положительных взаимосвязей в данном возрасте констатируют и другие исследователи (например, [18, 19]). В более старшем возрасте взаимосвязи между показателями чувства числа и достижениями в математике остаются невыясненными [19], или, более категорично, не выявляются [21]. Кроме того, отсутствие взаимосвязей может объясняться кросс-культурными различиями в развитии успешности решения математических заданий. Так, в многочисленных исследованиях, выполненных на англоязычной выборке, зафиксирован факт взаимосвязи показателя чувства числа, измеренного с помощью теста “Числовая линия”, и успешности при выполнении математических тестовых заданий в разные возрастные периоды (например, [27, 31]).

Дисперсионный анализ

Далее был проведен однофакторный дисперсионный анализ в целях выявления гендерных различий в исследуемых когнитивных характеристиках и показателях успешности решения математических задач на российской выборке.

В нашем исследовании эффект фактора принадлежности к полу оказался статистически незначимым для показателей чувства числа, пространственной памяти и успешности решения математических заданий ($p < 0.05$). Для показателя скорости переработки информации эффект фактора принадлежности к полу оказался статистически значимым ($p = 0.04$). При этом девушки, согласно нашим результатам, показывают меньшее значение этого показателя и, следовательно, обладают более высокой скоростью переработки информации, чем юноши (среднее значение и стандартное отклонение в группе “Девушки” равно 0.96 и 0.56 соответственно, в группе “Юноши” – 1.18 и 0.58 соответственно). Однако следует отметить, что размер эффекта принадлежности к полу – незначительный, разница составляет меньше половины стандартного отклонения.

Множественный регрессионный анализ

В рамках обобщающего анализа когнитивные характеристики рассматривались в качестве предикторов успешности решения математических заданий. Был применен множественный регрессионный анализ, где показатель математической беглости по тесту “Верно или не верно?” выступал в качестве зависимой переменной. Результаты множественной регрессии представлены в табл. 3.

Из табл. 3 видно, что показатель математической беглости предсказывает регрессионная модель, объясняя 13% его дисперсии. Результаты оценки этой регрессионной модели с помощью критерия Фишера позволяют считать регрессию в целом значимой. Оценка параметров выбранной регрессионной модели представлена в табл. 4.

Из табл. 4 видно, что показатель пространственной памяти оказывается единственным статистически достоверным предиктором математической беглости. Результаты позволяют говорить о том, что у тех испытуемых, которые демонстрируют высокий уровень развития пространственной памяти, наблюдается достоверно более высокий показатель успешности в решении математических заданий с ограничением во времени.

Таблица 3. Характеристики регрессионной модели, зависимая переменная “Математическая беглость”, тест “Верно или не верно?”

Зависимая переменная	R^2	Скорректированный R^2	F -статистика	Уровень значимости
“Верно или не верно?”	0.16	0.13	4.51	0.00

Таблица 4. Оценка параметров регрессии, предсказание показателя “Математическая беглость”, тест “Верно или не верно?”

Предикторы во множественном регрессионном анализе	β -коэффициент	Стандартная ошибка β	t -критерий	Уровень значимости
“Последовательности”	0.38	0.09	3.97	0.00
“Точки и числа”	0.07	0.11	0.65	0.52
“Числовая линия”	-0.09	0.09	-0.91	0.37
“Время реакции”	-0.06	0.11	-0.52	0.60

Примечание. В таблице полужирным шрифтом выделены регрессионные коэффициенты, значимые на уровне $p < 0.05$.

Таблица 5. Характеристики регрессионной модели, зависимая переменная “Понимание чисел”

Зависимая переменная	R^2	Скорректированный R^2	F -статистика	Уровень значимости
“Понимание чисел”	0.08	0.04	1.95	0.03

Таблица 6. Оценка параметров регрессии, предсказание успешности решения математических заданий, тест “Понимание чисел”

Предикторы во множественном регрессионном анализе	β -коэффициент	Стандартная ошибка β	t -критерий	Уровень значимости
“Последовательности”	0.21	0.10	2.1	0.03
“Точки и числа”	-0.06	0.11	-0.48	0.64
“Числовая линия”	0.10	0.10	0.98	0.33
“Время реакции”	-0.18	0.12	-1.51	0.14

Примечание. В таблице полужирным шрифтом выделены регрессионные коэффициенты, значимые на уровне $p < 0.05$.

Множественный регрессионный анализ был применен также для прогнозирования второго показателя успешности решения математических заданий с помощью когнитивных характеристик, рассматриваемых как предикторы. В качестве зависимой переменной выступал показатель по тесту “Понимание чисел”. Результаты множественной регрессии представлены в табл. 5.

Из табл. 5 видно, что этот показатель успешности решения математических заданий предсказывает регрессионная модель, объясняя 4% дисперсии этого показателя. Результаты оценки этой регрессионной модели с помощью критерия Фишера позволяют считать регрессию в целом значимой. Оценка параметров выбранной регрессионной модели представлена в табл. 6.

Из табл. 6 видно, что показатель пространственной памяти оказывается единственным статистически достоверным предиктором и для второго показателя успешности решения математических заданий. Следовательно, как и в случае с показателем математической беглости, можно говорить о том, что учащиеся, демонстрирующие

высокий уровень развития пространственной памяти, будут более успешны в решении математических заданий, чем их сверстники с менее развитой пространственной памятью.

Интересным представляется тот факт, что в результате корреляционного анализа установлена взаимосвязь между первым показателем успешности в математике – математической беглостью – и показателем пространственной памяти. При этом корреляция между вторым показателем успешности в математике, измеренным с помощью теста “Понимание чисел”, и пространственной памятью не достигла уровня статистической значимости. Однако при проведении множественного регрессионного анализа с контролем всех исследуемых когнитивных характеристик показатель пространственной памяти оказался единственным достоверным предиктором успешности решения математических заданий. Этот результат подтверждает факт существования стабильных взаимосвязей между этими показателями, неоднократно опубликованный в психологической литературе [7].

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полученные на российской выборке учащихся старшего школьного возраста эмпирические данные позволяют говорить о том, что: (1) математическая беглость статистически достоверно связана с показателем пространственной памяти, (2) множественный регрессионный анализ объясняет 13% и 14% дисперсий двух показателей успешности решения математических заданий с помощью единственной когнитивной характеристики – пространственной памяти. В целом данные настоящего исследования указывают на важность показателя развития пространственной памяти в решении математических заданий и хорошо согласуются с результатами работ, имеющих в этой области исследовательской проблематики [7, 20]. Следует отметить, что результаты проведенного исследования говорят о том, что только сравнительно небольшой процент дисперсии успешности учащихся старшего школьного возраста в решении математических заданий связан с индивидуальными различиями в пространственной памяти. Очевидно, многие другие факторы, оставшиеся за пределами этого исследования, связаны с успешностью в математике в старшем школьном возрасте. Предположительно, названные факторы могут включать особенности мотивационной сферы учащихся (см., например, [17]), а также иные когнитивные показатели, например общий интеллект, другие аспекты чувства числа [20].

В данном исследовании не обнаружено гендерных различий в показателях чувства числа, пространственной памяти и в показателях успешности решения математических заданий российскими учащимися старшего школьного возраста. Исключение составил показатель скорости переработки информации, для которого эффект фактора принадлежности к полу стал статистически достоверным. Следует отметить, что причины гендерных различий и сам факт их существования в когнитивных показателях и достижениях в наукоемких областях остается в настоящее время распространенным предметом проводимых исследований. Несмотря на многочисленные результаты исследований, констатирующих существование гендерных различий, по крайней мере, в пространственной памяти (например, [5]), многие исследователи не находят гендерных различий в когнитивных показателях и успешности в решении тестовых математических заданий (например, [22]). Результаты, полученные на российской выборке, статистически значимы для показателя скорости переработки информации, однако

размер эффекта незначителен, поэтому для подтверждения или опровержения результата требуется значительное расширение выборки.

В настоящем исследовании на российской выборке учащихся старшего школьного возраста показатели чувства числа не обнаружили статистически достоверных взаимосвязей с успешностью в решении математических заданий. С одной стороны, отсутствие этих взаимосвязей может объясняться их действительным незначительным эффектом, объем же нашей выборки не дает возможности их обнаружения. С другой – отсутствие подобных взаимосвязей может подтверждать истинное положение в отношении чувства числа и успешности в решении математических заданий у испытуемых старшего школьного возраста. С этой целью в дальнейшем планируется увеличение российской выборки и проведение статистических процедур по выявлению взаимосвязей показателей чувства числа и успешности в математике.

Следует также отметить, что несовпадение результатов нашего исследования с результатами имеющихся работ в области связи чувства числа и успешности в математике на англоязычных выборках может объясняться изменением направления и качества взаимосвязей в зависимости от социокультурных условий, включающих в том числе и условия образовательной среды. В связи с такой формулировкой проблемы дальнейшее направление работ в этой области исследовательской проблематики, возможно, связано с кросс-культурным анализом взаимосвязи когнитивных процессов, лежащих в основе успешности решения математических заданий на индивидуальном уровне, в частности, и математических достижений общества в целом.

ВЫВОДЫ

1. Статистически достоверная положительная взаимосвязь с невысоким коэффициентом между двумя показателями успешности выполнения математических заданий говорит о возможном использовании различных когнитивных, мотивационных и эмоциональных ресурсов при решении математических заданий с ограничениями и без ограничений во времени.

2. Из всех анализируемых показателей когнитивного развития только показатель пространственной памяти является статистически достоверным предиктором показателей успешности решения математических заданий при контроле других когнитивных характеристик.

3. Показатели чувства числа не обнаружили статистически достоверных взаимосвязей с успешностью в решении математических заданий на российской выборке учащихся старшего школьного возраста.

4. В структуре рассматриваемых показателей когнитивного развития показатель скорости переработки информации статистически достоверно отрицательно коррелирует с измеренными показателями чувства числа.

5. Эффект фактора принадлежности к полу оказался статистически незначимым для всех анализируемых показателей чувства числа, пространственной памяти и успешности решения математических заданий, кроме показателя скорости переработки информации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айзенк Г.Ю. Интеллект: новый взгляд // Вопр. психологии. 1995. № 1. С. 111–131.
2. Дружинин В.Н. Психология общих способностей. 3-е изд. СПб.: Питер, 2007.
3. Ковас Ю.В., Тихомирова Т.Н., Малых С.Б. Проблема стабильности и изменчивости общих способностей в психогенетике // Вопр. психологии. 2011. № 6. С. 44–54.
4. Bennetto L., Pennington B.F., Porter D., Taylor A.K., Hagerman R.J. Profile of cognitive functioning in women with the fragile X mutation // Neuropsychology. 2001. V. 15. P. 290–299.
5. Bull R., Davidson W.A., Nordmann E. Prenatal testosterone, visual-spatial memory, and numerical skills in young children // Learning and Individual Differences. 2010. V. 20. P. 246–250.
6. Bull R., Espy K.A., Wiebe S.A. Short-Term Memory, Working Memory, and Executive Functioning in Preschoolers: Longitudinal Predictors of Mathematical Achievement at Age 7 Years // Developmental Neuropsychology. 2008. V. 33. P. 205–228.
7. Bull R., Johnston R.S., Roy J.A. Exploring the roles of the visuo-spatial sketch pad and central executive in children's arithmetical skills: Views from cognition and developmental neuropsychology // Developmental Neuropsychology. 1999. V. 15. P. 421–442.
8. Butterworth B., Varma S., Laurillard D. Dyscalculia: from brain to education // Science. 2011. V. 332. No. 6033. P. 1049–1053.
9. Davis O.S.P., Haworth C.M.A., Plomin R. Learning abilities and disabilities: Generalist genes in early adolescence // Cognitive Neuropsychiatry. 2009. V. 14. No. 4. P. 312–331.
10. Deary I.J., Der G., Ford G. Reaction times and intelligence differences. A population-based cohort study // Intelligence. 2001. V. 29. P. 389–399.
11. Deary I.J., Strand S., Smith P., Fernandez C. Intelligence and educational achievement // Intelligence. 2007. V. 35. P. 13–21.
12. Dehaene S. The number sense. NY: Oxford University Press, 1997.
13. Dehaene S., Dupoux E., Mehler J. Is numerical comparison digital? Analogical and symbolic effects in two-digit number comparison // Journ. of Experimental Psychology: Human Perception and Performance. 1990. V. 16. P. 626–641.
14. Der G., Deary I.J. IQ, reaction time, and the differentiation hypothesis // Intelligence. 2003. V. 31. P. 491–503.
15. Fuchs L.S., Fuchs D. Mathematical problem solving: Instructional intervention // Why is math so hard for some children? The nature and origins of children's mathematical learning difficulties and disabilities / Eds. D.B. Berch, M.M. Mazzocco. Baltimore: Brookes, 2007. P. 397–414.
16. Gottfredson L.S. Schools and the “g” factor // The Wilson Quarterly. 2004. V. 28. No. 3. P. 35–45.
17. Greven C.U., Harlaar N., Kovas Y., Chamorro-Premuzic T., Plomin R. More than just IQ: school achievement is predicted by self-perceived abilities-but for genetic rather than environmental reasons // Psychol. Sci. 2009. V. 20. P. 753–762.
18. Halberda J., Feigenson L. Developmental change in the acuity of the “Number Sense”: The approximate number system in 3-, 4-, 5-, 6-year-olds and adults // Developmental Psychology. 2008. V. 44. No. 5. C. 1457–1465.
19. Halberda J., Mazzocco M.M., Feigenson L. Individual differences in nonverbal estimation ability predict maths achievement // Nature. 2008. V. 455. P. 665–668.
20. Halpern D.F., Benbow C.P., Geary D.C., Gur R.C., Hyde J.S., Gernsbacher M.A. The Science of Sex Differences in Science and Mathematics // Psychological Science in the Public Interest. 2007. V. 8. P. 1–51.
21. Glimore C. Non-verbal number acuity correlates with symbolic mathematics achievement: but only in children // Bull Rev., 2011. V. 18. No. 6. P.1222–1229.
22. Kovas Y., Haworth C.M.A., Dale P.S., Plomin R. The genetic and environmental origins of learning abilities and disabilities in the early school years. London: SRCD, 2007.
23. Kovas Y., Petrill S.A., Plomin R. The origins of diverse domains of mathematics: Generalist genes but specialist environments // Journ. of Educational Psychology. 2007. V. 99. P. 128–139.
24. Murphy M.M., Mazzocco M.M. Mathematics learning disabilities in girls with fragile X or Turner syndrome during late elementary school // Journ. of learning disabilities. 2008. V. 41. P. 29–46.

25. *Murphy M.M., Mazzocco M.M., Gerner G., Henry A.E.* Mathematics learning disability in girls with Turner syndrome or fragile X syndrome // *Brain and Cognition*. 2006. V. 61. P. 195–210.
26. NFER-Nelson. Maths 5–14 series. London: Author, 2001.
27. *Opfer J.E., Siegler R.S.* Representational change and children's numerical estimation // *Cognitive Psychology*. 2007. V. 55. P. 169–195.
28. *Pagulayan K.F., Busch R.M., Medina K.L., Bartok J.A., Krikorian R.* Developmental Normative Data for the Corsi Block-Tapping Task // *Journ. of Clinical and Experimental Neuropsychology*. 2006. V. 28. No. 6. P. 1043–1052.
29. *Petrill S.A., Kovas Y., Hart S.A., Thompson L.A., Plomin R.* The genetic and environmental etiology of high math performance in 10 year old twins // *Behavioral Genetics*. 2009. V. 39. P. 371–379.
30. *Semmes R., Davison M.L., Close C.* Modeling Individual Differences in Numerical Reasoning Speed as a Random Effect of Response Time Limits // *Applied Psychological Measurement*. 2011. V. 35. No. 6. P. 433–446.
31. *Siegler R.S., Opfer J.E.* The development of numerical estimation: evidence for multiple representations of numerical quantity // *Psychological Science*. 2003. V. 14. P. 237–243.
32. *Soltész F., Szűcs D., Szűcs L.* Relationships between magnitude representation, counting and memory in 4- to 7-year-old children: a developmental study // *Behavioural and Brain Functions*. 2010. V. 6. No. 13.
33. *Van Herwegen J., Ansari D., Xu F., Karmiloff-Smith A.* Small and large number processing in infants and toddlers with Williams syndrome // *Developmental Science*. 2008. V. 11. No. 5. P. 637–643.
34. *Wai J., Lubinski D., Benbow C.P.* Spatial Ability for STEM Domains: Aligning Over 50 Years of Cumulative Psychological Knowledge Solidifies Its Importance // *Journ. of Educational Psychology*. 2008. V. 101. P. 817–835.

INTERRELATION BETWEEN COGNITIVE CHARACTERISTICS AND MATHEMATICAL ACHIEVEMENTS (BY THE EXAMPLE OF HIGH SCHOOL PUPILS)

T. N. Tikhomirova*, Y. V. Kovas**

**PhD, senior research officer, Federal State-financed Establishment of the Russian Academy of Sciences, Institute of Psychology RAS, Moscow*

*** Sc.D. (psychology), Director of International Laboratory for Interdisciplinary Investigations into Individual Differences in Learning, Goldsmiths, University of London, London*

Theoretical and empirical analyses of the relationship between cognitive characteristics and measures of mathematical achievements in a sample of Russian high school pupils are presented in the article. Different aspects of number sense, visio-spatial memory, speed of information processing assessed by means of original psychodiagnostic technique and their correlation with mathematical achievements are in the focus of empirical analysis. The cognitive characteristics were used as predictors for high school pupils' mathematical achievements. Index of visio-spatial memory is shown to be the only significant predictor for mathematical achievements when other cognitive characteristics are under control. Number sense measures were not significantly associated with mathematical achievements in Russian high school pupils.

Key words: number sense, visuo-spatial memory, speed of information processing, mathematical achievement, secondary school age, gender differences.