

## ПСИХОЛОГИЯ И ПОГРАНИЧНЫЕ НАУКИ

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПСИХОМОТОРНОГО АКТА

**Коренев Г. В.**

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПСИХОМОТОРНОГО АКТА

По-видимому, не существует общепринятого определения психомоторного акта. И. М. Сеченов писал: «Жизненные потребности родят хотения, и уже эти ведут за собою действия; хотение будет тогда мотивом или целью, а движение — действием или средством достижения цели»<sup>1</sup>.

В настоящей работе под **психомоторным актом** мы будем понимать действие человека, заключающееся, во-первых, в постановке цели, которую человек хочет достигнуть путем движения собственного тела, и, во-вторых, в выполнении этого движения.

Движение, при помощи которого цель достигается, назовем **целенаправленным**.

Психомоторный акт разделяется на две стадии: в первой, начальной стадии должны сотрудничать главным образом психология и механика, а во второй, завершающей стадии — физиология и механика.

## НАЧАЛЬНАЯ (ПСИХОЛОГИЧЕСКАЯ) СТАДИЯ ПСИХОМОТОРНОГО АКТА

Начальная стадия психомоторного акта является его основой. Прежде всего человек ставит цель движения, сообразуясь с внешней обстановкой и со своим внутренним состоянием (внутренней обстановкой).

Классификация обстановки есть сложный психический процесс.

Для дальнейшего развития психомоторного акта человек использует повторяемость обстановки, под которой подразумевается повторяемость классов обстановки. На основании своего прошлого опыта, обучения и тренировки человек знает, или предвидит, как нужно действовать в данном классе обстановки, для того чтобы достигнуть поставленной цели движения.

Особенностью начальной стадии является возможность для человека прервать (затормозить) начавшийся психомоторный акт. Здесь человек может действовать двояко: во-первых, решить выполнять целенаправленное движение, при помощи которого реализуется предвидимое будущее; во-вторых, решить не выполнять этого движения. В последнем случае окажутся выполненными только психические стадии психомоторного акта, а само движение останется как бы «в уме». По Сеченову, психомоторный акт, заторможенный на стадии предвидимого будущего, есть мысль о будущем движении.

<sup>1</sup> И. М. Сеченов. Избр. пр-ия. Т. 1. М., 1952, с. 516.



## ОБСТАНОВКА

Всякое действие человека происходит в присутствии ряда подвижных или неподвижных предметов, не относящихся к телу человека, ряда полей и излучений; кроме того, во время действия вне человека может происходить ряд явлений (изменение состава, температуры и давления атмосферы, взрывы, течение среды, в которой находится человек, и т. п.).

Совокупность всех объектов, не относящихся к телу человека, различных полей и явлений, назовем **внешней обстановкой**. Так как обстановка всегда меняется с течением времени, то правильнее говорить о **мгновенной внешней обстановке**. Для краткости слово «мгновенная» обычно будет отбрасываться. Мгновенная внешняя обстановка непредсказуема; человек знает обстановку в **настоящий** момент, но, вообще говоря, не может высказать достоверных суждений о будущей обстановке.

Всякое действие человека происходит при определенных «хотениях» и при определенном состоянии его тела в целом и отдельных органов (мозга, нервов, мышечного аппарата, сердечно-сосудистой системы, ветвистого аппарата, органов зрения и слуха и т. д.). Кроме того, человек может получить травму или ранение, порождаемые непосредственно внешней обстановкой.

Совокупность состояний тела человека в целом и его отдельных органов назовем **внутренней обстановкой**.

Внешнюю и внутреннюю обстановку вместе назовем **общей обстановкой**.

Внутреннюю обстановку можно условно разделить на две части: **психическую** и **физиологическую**. Условность деления состоит в том, что, по-видимому, нельзя провести четкую границу между психическим и физиологическим.

Психическая часть внутренней обстановки характеризуется настроениями, мотивами, желаниями и т. п. По-видимому, эта часть внутренней обстановки настолько неуловима и сложна, что не видно других способов ее математического моделирования, кроме построения различных феноменологических моделей.

Физиологическая часть внутренней обстановки также очень сложна; однако делаются попытки построения математических моделей состояния отдельных органов, например сердечно-сосудистой системы. Существует также некоторое количество параметров, численными значениями которых физиологи характеризуют внутреннее состояние человека (частота пульса, температура тела, кровяное давление, состав крови и т. п.). Механика человека дает возможность включить в число таких параметров мышечные усилия. Отметим, что, по-видимому, человек не может полностью ощущать внутреннюю обстановку. Численное значение параметров остается неизвестным человеку.

В этом отношении внешняя обстановка сильно отличается от внутренней. Благодаря органам зрения, слуха, осязания и мышечным ощущениям человек имеет более подробное представление о внешней обстановке, чем о внутренней. Однако и это представление остается неполным: например, мы не имеем возможности непосредственно ощущать некоторые излучения и пользуемся косвенными методами.

Внутренняя обстановка зависит от внешней; эта зависимость обычно осуществляется через восприятие внешней обстановки. Но возможно и прямое влияние внешней обстановки на внутреннюю: например, ранение или охлаждение изменяет внутреннюю обстановку независимо от восприятия обстановки внешней. Кроме того, целенаправленное движение само по себе может непосредственно влиять на внутреннюю обстановку, например изменять частоту пульса, химический состав мышц и т. п.



С другой стороны, внешняя обстановка также может зависеть от внутренней; эта зависимость осуществляется через целенаправленное движение. Например, целенаправленное движение может иметь своим назначением именно изменение внешней обстановки.

О роли обстановки в психомоторном акте Сеченов пишет: «...при одних и тех же внешних и внутренних условиях человека деятельность его должна быть одна и та же»<sup>2</sup>.

### ЦЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ

Под целью движения будем понимать указание любым способом тех результатов, которые должны получиться вследствие выполнения движения. Эти результаты состоят из двух категорий явлений: во-первых, из тех явлений, которые должны произойти вследствие выполнения человеком движения, и, во-вторых, из тех явлений, которые при этом не должны произойти. Например, человек, управляющий автомобилем, должен совершить серию таких психомоторных актов, чтобы автомобиль переместился из одного места в заранее заданное другое (явление, которое должно произойти) и чтобы при этом не было наездов и аварий (явления, которые не должны произойти).

При математическом моделировании обычно цель движения сначала бывает задана словесно, в виде описания, а затем должна быть переформулирована в математической форме, пригодной для моделирования. При фактическом выполнении движения человеком необходимо принять, что он ставит себе цель словесно или даже мысленно, а математическое переформулирование отсутствует.

Цель движения устанавливается человеком для себя на основании двух главных факторов: внешней обстановки и внутренней обстановки, которые, как уже указано, связаны между собою. Внутренняя обстановка существенным образом влияет как на постановку цели, так и на само целенаправленное движение. Внешняя обстановка также влияет на цель движения. Например, пусть человек поставил себе цель: идти или ползти туда-то. Но внешняя обстановка может характеризоваться существованием преодолимых или непреодолимых препятствий перемещению человека. Если препятствия преодолимы, человек поставит себе промежуточную цель — преодолеть препятствие. Если препятствие непреодолимо при существующей внутренней обстановке, то человек вынужден будет признать свою цель недостижимой и отказаться от нее. Внешняя обстановка также ограничивает свободу воли человека.

С другой стороны, цель движения может существенным образом влиять на внутреннее состояние человека, т. е. на внутреннюю обстановку. Всем известно, как в некоторых случаях поставленная цель заставляет человека каким-то способом мобилизовать все свои внутренние ресурсы. Так бывает при спортивных состязаниях, так бывает в бою.

Цель движения, конечно, не может непосредственно влиять на внешнюю обстановку, однако она несомненно влияет на восприятие обстановки. Например, на одном и том же перекрестке улиц водитель автомобиля и пешеход совершенно по-разному воспримут и оценят внешнюю обстановку. Обычно говорят, что у них разные точки зрения; но это как раз и означает, что их цели различны.

### ЦЕЛЕНАПРАВЛЕННАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ОБСТАНОВКИ

Находясь в некоторой внешней обстановке и воспринимая ее, человек оценивает обстановку или, как чаще всего говорят, **распознает** ее. Для построения модели психомоторного акта очень существенно точно понять, что подразумевается под распознаванием обстановки.

<sup>2</sup> И. М. Сеченов. Рефлексы головного мозга. М., 1961, с. 92.



Особую роль играет степень подробности опознавания. Поясним вопрос с помощью простого примера. Пусть мы хотим построить математическую модель психомоторных актов человека, являющегося водителем автомобиля. Представим себе, что впереди автомобиля улицу переходит молодая девушка, которую зовут Татьяной, и водитель, конечно, не должен на нее наезжать. Важно ли водителю, что впереди появилась именно девушка, что она молодая и что ее зовут Татьяной? Очевидно, что не важно, так как его движения по управлению автомобилем от этих признаков не зависят. Поскольку цель движения водителя — так управлять автомобилем, чтобы не наезжать на препятствия, то для него важно в первую очередь, что дорога перестала быть свободной и возникла опасность наезда. Поэтому ему достаточно не опознавать в обычном, исчерпывающем смысле обстановку, а лишь классифицировать ее и притом по принципу дихотомии, например: есть препятствие — нет препятствия, дорога свободна — дорога несвободна, дальнейшее движение опасно — движение безопасно и т. п. Для проведения такой классификации достаточно, чтобы в памяти человека на основании прошлого опыта содержались дихотомические классы обстановки, связанные с целью движения. Например, есть препятствие — нет препятствия. Восприятие обстановки тогда в основном сводится к определению, к какому классу обстановка относится. Поскольку классы устанавливаются в соответствии с целью движения, то восприятие становится зависящим от цели движения; мы воспринимаем обстановку целенаправленно. При этом в памяти человека сохраняются пары: цель движения — дихотомический класс обстановки.

Многие водители будут управлять машиной по-разному в зависимости от того, живое или неживое препятствие, это взрослый или ребенок и т. п. Тогда дихотомический класс «препятствие» подвергается второй дихотомической классификации «живое — неживое», «животное — человек» и третьей дихотомической классификации «взрослый — ребенок» и т. д. Возникает дихотомическая классификация разных уровней, которая в принципе может продолжаться вплоть до молекулярного уровня, а на самом деле до тех пор, пока результаты классификации перестают влиять на целенаправленные движения водителя. В качестве упрощения мы допустим, что для совершения психомоторного акта достаточно первого уровня классификации.

Итак, для совершения целенаправленного движения человеку достаточно лишь классифицировать внешнюю обстановку. Классификация связана с поставленной человеком целью; в свою очередь цель, которую человек ставит перед собой, зависит от классификации обстановки. Например, пусть целью движений человека является преследование другого человека. Этот другой человек оказался на противоположной стороне улицы, по которой сплошным потоком идут машины. Первый человек классифицирует обстановку: переходить улицу нельзя, и вынужден изменить первоначальную цель — преследовать другого человека промежуточной целью — стоять на месте и ждать, пока реализуется другой класс обстановки: переходить улицу можно, после чего продолжить преследование.

Аналогично, но значительно сложнее обстоит дело с опознанием или классификацией внутренней обстановки. Дело в том, что человек не располагает для этого органами чувств, которые так же точны, как зрение, слух и осязание. По-видимому, следует предположить, что во всех случаях внутренняя обстановка классифицируется также по принципу дихотомии: могу выполнить движение — не могу выполнить движение. В первом случае человек будет действовать, не замечая внутренней обстановки, основываясь только на классификации внешней обстановки. Последующие математические модели все будут относиться лишь к этому случаю. Таким образом, класс общей обстановки состоит из класса



внешней обстановки, к которому присоединен только один класс внутренней обстановки — могут или не могут выполнить движение. Запрет на движение, налагаемый внутренней обстановкой, должен каждый раз рассматриваться особо, так как в этом случае влияние классификации обстановки на цель движения будет особенно сильным.

При построении математической модели процесс классификации обстановки будет достаточным образом формализован.

Мы видим, что в начале психомоторного акта лежит сложный узел, состоящий из внешней и внутренней обстановки, цели движения, классификации обстановки и связей между ними. Назовем его **основным психическим узлом**. Можно сказать, что основной психический узел осуществляет афферентный синтез, а затем принятие решения о движении. Для исследования этого узла мы имеем по-видимому, единственный объективный метод — исследование целенаправленного движения, которое является выходом. Такой метод хорошо известен под названием «метод черного ящика».

Основной психический узел формируется у человека в зависимости от его физиологических данных, воспитания, обучения, тренировки и всего прошлого опыта и, может быть, в зависимости от наследственности — он неодинаков у различных людей. По-видимому, этим может быть объяснено различие в поведении отдельных индивидуумов при одном и том же физическом состоянии внешней среды. Возможно, что свойства сформировавшегося узла представляют собою основу того, что в психологии принято называть личностью. Исследование психомоторного акта, опирающееся на исследования целенаправленного движения, может дать объективный метод исследования личностных особенностей отдельных индивидуумов.

### ПОВТОРЯЕМОСТЬ ОБСТАНОВКИ

Обстановка зависит от места и времени. Мы будем говорить, что обстановка повторяется, если в одном и том же месте в разные моменты времени реализуется один и тот же класс обстановки. Таким образом, повторяемость обстановки определяется с точностью до класса. Поскольку классификация обстановки существенно зависит от цели движения, то одно и то же физическое состояние внешней и внутренней среды может быть отнесено человеком к различным классам в зависимости от целей движения.

Повторяемость обстановки есть повторяемость классов обстановки. Так как класс обстановки есть достаточно укрупненное описание физического состояния внешней и внутренней среды, то такое определение повторяемости имеет совершенно ясный физический смысл и не может повести к недоразумениям при построении математической модели психомоторного акта.

По-видимому, в этом смысле и следует понимать высказывание Сеченова об однозначной связи между деятельностью человека и обстановкой: в одном и том же классе обстановки данный индивидуум будет действовать всегда одинаково, но действия различных индивидуумов могут быть различными.

### ПРЕДВИДИМОЕ БУДУЩЕЕ

Пусть человек установил, что он находится в определенном классе обстановки. Тогда на основании всего предыдущего опыта ему известно, что, если он выполнит определенное движение, получит вполне определенный результат. Движение еще не совершено и результат еще не получен; но человек знает, каково будет движение и каков будет результат.



Движение, которое человек предполагает совершить в определенном классе обстановки, и получаемый результат вместе назовём **предвидимым** будущим.

Например, пусть летчик совершает полет в нормальном для данного самолета режиме (с нормальной скоростью и углом атаки). Нормальный режим полета есть определенный класс обстановки для летчика. Летчику известно заранее, что, если он возьмет ручку на себя (т. е. совершит определенное движение рукой), самолет поднимет «нос». Это — **достоверное** знание летчика. Предвидимое будущее для него состоит в определенном движении руки и поднятии «носа» самолета. Если целью летчика является заданное поднятие «носа» самолета, то он должен сделать вполне определенное целенаправленное движение рукой.

В качестве второго примера рассмотрим водителя автомобиля, который движется в своем ряду в потоке автомашин. Одна из его целей, которую мы и рассмотрим, — не наезжать на впереди идущую машину, несмотря ни на какие изменения ее скорости. Водитель знает, что для этого нужно поддерживать **безопасное** расстояние между своей машиной и впереди идущей. Безопасное расстояние зависит от абсолютной скорости машины, и водитель имеет о нем качественное представление на основании предыдущего опыта. Однако во время управления машиной он **не измеряет** безопасного расстояния, так как человек не является измерительным прибором; правильнее всего сказать, что водитель **ощущает** безопасное расстояние. Можно сказать также, что водитель **оценивает «на глаз»** безопасное расстояние. Достоверное знание водителя состоит в том, что если расстояние между машинами он оценил верно и если фактическое расстояние будет равно или больше безопасного, то наезда ни при каком маневре передней машины не будет. Чтобы сохранять это безопасное расстояние, водитель должен управлять дроссельной заслонкой карбюратора при помощи целенаправленного движения своей ноги. Предвидимое будущее состоит в том, что при определенном целенаправленном движении ноги наезда на переднюю машину не будет. Результат, получаемый в предвидимом будущем, совпадает с поставленной целью движения.

Этот пример интересен тем, что предвидимый в будущем результат или цель движения можно наглядно описать при помощи простого кинематического образа. Представим себе, что впереди машины поставлена перпендикулярная к направлению движения прямая, причем расстояние между машиной и линией равно безопасному расстоянию; такую линию можно назвать **линией безопасности**. Тогда цель движения можно поставить так: водитель должен все время удерживать линию безопасности у передней машины.

Предвидимое будущее представляет собою достоверное знание человека. Оно ничем не отличается от научного знания, которое человек приобретает на основании научных экспериментов, с тою лишь разницей, что для его приобретения вместо специальных экспериментов используется сам жизненный опыт.

Психомоторный акт представляет собою действие человека, направленное на реализацию определенного предвидимого будущего. В результате реализации предвидимого будущего при помощи движения должно появиться достижение наперед поставленной цели; действие человека есть целенаправленное движение. Та часть деятельности человека, которую непосредственно можно наблюдать, есть целенаправленное движение.

Целенаправленное движение может быть ослаблено или усилено. Например, можно медленнее или быстрее поднимать нос самолета; при этом, разумеется, окончательная цель все равно достигается. Усиление или ослабление может быть либо заранее включено в предвидимое бу-



душее, либо может быть выполнено уже после начала психомоторного акта.

В определенном классе обстановки человек всегда поставит перед собою одну и ту же цель и для ее достижения решит выполнять и выполнит одно и то же целенаправленное движение. Иначе говоря, человек реализует одно и то же предвидимое будущее.

Таким образом, получается, что при выполнении психомоторного акта человек не имеет никакой свободы воли. Однако на опыте мы как будто бы видим, что человек имеет большую свободу выбора. Чтобы разобраться в этом вопросе, необходимо вернуться к классификации обстановки.

Существуют такие классы обстановки, когда для достижения цели психомоторный акт должен быть выполнен мгновенно или очень быстро. Эти классы обстановки назовем **критическими**. Например, критическими часто являются классы обстановки, когда целью человека является сохранение жизни своей или другого человека. В критическом классе обстановки предвидимое будущее должно быть реализовано немедленно.

Все остальные классы обстановки назовем **некритическими**. В некритическом классе обстановки нет необходимости реализовать предвидимое будущее немедленно. Можно сказать, что у человека остается время подумать.

Хотя психомоторный акт и в критическом, и в некритическом классе обстановки детерминирован обстановкой внешней и внутренней, его рассмотрение в некритическом классе обстановки приводит нас к важному выводу: человек может **решить** выполнять то целенаправленное движение, которое приводит к реализации предвидимого будущего, но может и **затормозить** это выполнение. Психомоторный акт окажется заторможенным на уровне предвидимого будущего. Это дает возможность обдумывать предвидимое будущее. Мы можем сказать, что прерванный таким образом психомоторный акт есть **мысль** о будущем движении. Если представить себе последовательность вытекающих один из другого психомоторных актов, заторможенных на уровне предвидимого будущего, то мы получим **процесс мышления** о будущем движении.

Теперь мы можем пояснить, что значит поставить цель движения «мысленно». Это значит начать некоторый психомоторный акт и затормозить его на уровне классификации обстановки.

### ЗАВЕРШАЮЩАЯ ФИЗИОЛОГИЧЕСКАЯ СТАДИЯ

После принятия решения о движении наступает завершающая стадия психомоторного акта, исследование которой относится к области физиологии и механики; причем механика здесь играет заметную роль.

Можно представить себе, что решение о движении реализуется двумя путями. Во-первых, по нервным путям передается основная команда, активизирующая именно те мышцы, которые необходимы для реализации желаемого целенаправленного движения; при этом используется избыточность мышечного аппарата. Во-вторых, по П. К. Анохину, на основании предвидимого будущего организуется акцептор результата действия, назначением которого является контроль соответствия желаемого (предвидимого) и выполняемого фактически целенаправленного движения. Акцептор результата действия не является постоянным органом; в различных случаях он может быть организован различным образом. Акцептор результата действия вместе с активизированными мышцами представляет собою функциональную систему Анохина, которая изменяется (переключается) вместе с решением о движении.

Можно представить себе, что решение о движении реализуется только одним путем — при помощи акцептора результата действия; в этом случае то, что названо основной командой, вообще не подается.



Акцептор результата действия не является измерительным прибором и не дает никаких численных значений. По-видимому, следует считать, что акцептор результата действия обнаруживает лишь направление отклонения действительного движения от желаемого, т. е. производит классификацию действительного движения по принципу дихотомии. В соответствии с этой классификацией акцептор результата действия вмешивается в активизацию мышц и подает корректирующие команды. Возможно, что целенаправленное движение реализуется только при помощи этих команд; тогда они являются и основными, и корректирующими.

Под действием мышечного аппарата реализуется целенаправленное движение.

### ДВИГАТЕЛЬНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ

Двигательная деятельность человека состоит из последовательных психомоторных актов; в простейшем случае она сводится к одному психомоторному акту, который протекает так, как было описано выше. Однако на деле всегда наблюдаются значительные усложнения.

Простейший случай одного психомоторного акта может существовать лишь тогда, когда внешняя и внутренняя обстановка остается неизменной. В этом случае в течение всего психомоторного акта остаются неизменными цель движения, классификация обстановки, предвидимое будущее; завершающая стадия психомоторного акта начинается, протекает и заканчивается в неизменных условиях.

Однако чаще всего так не бывает; двигательная деятельность человека состоит из цепочки психомоторных актов, которые сменяют друг друга, причем многие из звеньев цепочки прерываются на разных стадиях и на смену им вступают новые психомоторные акты. Говоря на языке техники, психомоторные акты переключаются, причем переключение может произойти на любой стадии предыдущего психомоторного акта в зависимости от изменения мгновенной внешней и внутренней обстановки. Моменты переключения психомоторных актов непредсказуемы; поэтому и двигательная деятельность человека в целом непредсказуема, хотя, по вышесказанному, она в каждом своем звене детерминирована.

### УРАВНЕНИЯ ЕСТЕСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ

Математическую модель отдельного психомоторного акта и всей человеческой двигательной деятельности в целом удобнее строить в направлении, обратном приведенному выше словесному описанию психомоторного акта. Поэтому начать построение модели необходимо с целенаправленного движения.

Поскольку при исследовании движения любого макроскопического тела, в том числе и тела человека, необходимо применять классическую механику, то при исследовании целенаправленных движений человека необходимо опираться на методы классической механики; вместе с тем нужно использовать методы психологии, физиологии, анатомии и антропологии. Возникает новый раздел науки, который мы назовем **механикой человека**.

Здесь мы прежде всего сталкиваемся с проблемой создания такой модели тела человека, к которой можно было бы применить методы исследования, принятые в классической механике. В действительности тело человека состоит из тел, близких к твердым (кости скелета), деформируемых тел (мышцы, внутренние органы) и жидкостей, обладающих к тому же неклассическими свойствами. По-видимому, в обозримом будущем нет надежды построить уравнение движения для объекта такой степени сложности.



Однако из опыта известно, что во многих случаях хорошее приближение к действительности дает представление тела человека в виде системы твердых тел, определенным образом соединенных между собою. Такая модель тела дает возможность изучать класс движений, называемых **локомоциями**. К понятию локомоции мы отнесем движения тела человека в целом, в том числе в невесомости или безопорном состоянии, а также движение отдельных конечностей и движение зрительного аппарата; таким образом, класс локомоторных движений достаточно обширен.

Предлагаемая ниже в настоящей работе математическая модель психомоторного акта пригодна только в тех случаях, когда целенаправленное движение относится к классу локомоторных. Распространение излагаемого метода моделирования на различные другие движения, например на речевые артикуляции, требует дополнительных и очень сложных исследований. Модель тела человека или отдельных его органов в виде твердых тел, тем или иным способом соединенных между собою, назовем **базисной моделью**: здесь новый термин необходим, чтобы не возникало опасности смешения с разными другими моделями.

Уравнения движения базисной модели могут быть получены как при помощи классического метода Лагранжа, так и при помощи неклассического метода тензорной свертки, который, конечно, приводит к тем же самым уравнениям и притом сразу в явном виде.

Пусть базисная модель состоит из  $M$  твердых тел. Пусть тела пока свободны, т. е. не соединены в базисную модель; эти тела назовем **опорными**. Положение системы опорных тел определяется координатами  $\xi^p$  ( $p=1, 2, \dots, 6M$ ), эти координаты назовем **опорными**: в качестве опорных координат могут быть приняты декартовы координаты центров инерции и эйлеровы углы.

Уравнения движения системы опорных тел, как известно, всегда могут быть записаны в виде

$$b_{pq}\ddot{\xi}^q + B_{p,qr}\dot{\xi}^q\dot{\xi}^r = X_p \quad (1)$$

где  $X_p$  — внешняя сила, а  $b_{pq}$  и  $B_{p,qr}$  — величины, которые для каждого опорного тела вычисляются раз и навсегда известным стандартным способом.

Теперь наложим на систему опорных тел связи, вследствие которых они образуют базисную модель. Пусть мы имеем  $S$  связей и пусть их уравнения будут

$$\varphi^s(\xi^p) = 0 \quad (s=1, 2, \dots, S) \quad (2)$$

Базисная модель имеет

$$N = 6M - S \quad (3)$$

степеней свободы, вследствие чего можно ввести  $N$  обобщенных координат  $\eta^\lambda$  ( $\lambda=1, 2, \dots, N$ ); например, в качестве  $\eta^\lambda$  можно взять любые  $N$  опорных координат  $\xi^p$ . Воспользовавшись формулой (2), мы в принципе всегда можем получить выражения всех опорных координат через обобщенные

$$\xi^p = \xi^p(\eta^\lambda) \quad (4)$$

Однако выражение (4) не всегда удается получить в явном виде; это вносит некоторые усложнения в теорию, на которых мы пока останавливаться не будем.

Для применения метода тензорной свертки нужны не сами выражения (4), а лишь матрица частных производных  $\partial \xi^p / \partial \eta^\lambda$ , элементы которой всегда можно найти и которая называется **структурной матрицей** базисной модели.



Наложив на систему опорных тел связи (2), приходим к системе уравнений движения базисной модели в следующем виде

$$b_{pq} \ddot{\xi}^p + B_{p,qr} \dot{\xi}^q \dot{\xi}^r = X_p + Z_p \quad (5)$$

$$\xi^p = \xi^p(\eta^\lambda)$$

где  $Z_p$  — реакции связей. Уравнений (5) имеется  $6M + S$ , что недостаточно для определения  $12M$  неизвестных  $\xi^p$  и  $Z_p$ . Чтобы устранить неопределенность, необходимо высказать предположения относительно реализации связей. Обычно эти предположения вводятся в виде аксиомы идеальности связей Лагранжа, которую можно записать в виде

$$Z_p \delta \xi^p = 0 \quad (6)$$

Здесь для  $\delta \xi^p$  из формулы (4) получаем выражение

$$\delta \xi^p = \frac{\partial \xi^p}{\partial \eta^\lambda} \delta \eta^\lambda$$

и поэтому аксиому идеальности связей записываем в следующем виде

$$Z_p \frac{\partial \xi^p}{\partial \eta^\lambda} \delta \eta^\lambda = 0$$

Так как все  $\delta \eta^\lambda$  независимы, то отсюда следует  $N$  равенств

$$Z_p \frac{\partial \xi^p}{\partial \eta^\lambda} = 0 \quad (7)$$

Теперь вместе с выражениями (5) имеем  $12M$  уравнений; однако для решения их следует привести к виду уравнений Лагранжа 2-го рода.

С этой целью умножим первую формулу (5) на  $\partial \xi^p / \partial \eta^\lambda$ ; вследствие (7) реакции связей исключаются и мы получаем  $N$  уравнений

$$b_{pq} \frac{\partial \xi^p}{\partial \eta^\lambda} \ddot{\xi}^q + B_{p,qr} \frac{\partial \xi^p}{\partial \eta^\lambda} \dot{\xi}^q \dot{\xi}^r = X_p \frac{\partial \xi^p}{\partial \eta^\lambda} \quad (8)$$

Если в этих уравнениях произвести замену переменных по (4), то мы приходим к системе уравнений в обобщенных координатах, которые всегда имеют вид

$$c_{\lambda\mu} \ddot{\eta}^\mu + C_{\lambda, \mu\nu} \dot{\eta}^\mu \dot{\eta}^\nu = Y_\lambda \quad (9)$$

Можно показать, что эти уравнения совпадают с уравнениями Лагранжа 2-го рода для базисной модели. Классический метод их вывода удобно использовать для контроля выкладок.

Проинтегрировав эти уравнения, получим закон движения базисной модели  $\eta^\lambda = \eta^\lambda(t)$ , после чего можем найти тот же закон в опорных координатах  $\xi^p = \xi^p(t)$ . Затем из (5) находим реакции связей.

Уравнения (9) назовем **уравнениями естественного движения**. В этих уравнениях никак не отражены цели человека и предвидимое будущее.

Если мы примем, что число опорных тел равно числу костей в скелете человека, то уравнения естественного движения по числу степеней свободы и сложности будут, во всяком случае, сравнимы с уравнениями движения солнечной системы (без астероидов). Отсюда видно, какие трудности лежат на пути интегрирования этой системы.

Помимо того, возникает следующая принципиальная трудность. Пусть мы решили задачу Коши для уравнений естественного движения; нет никаких оснований утверждать, что полученное таким образом движение достигает поставленной человеком цели и реализует предвидимое будущее. Более того, можно заранее утверждать противоположное, так



как движения человека достигают поставленной цели исключительно благодаря действию мышечного аппарата, а в уравнениях естественного движения действие мышц не учтено.

Путь к решению этой задачи лежит через построение математической модели цели движения или предвидимого будущего.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЦЕЛИ И ПРЕДВИДИМОГО БУДУЩЕГО

Базисная модель допускает какой угодно закон движения в виде  $\eta^{\lambda} = \eta^{\lambda}(t)$ , даже если этот закон не удовлетворяет уравнениям естественного движения. Поэтому забудем на время об уравнениях естественного движения и сосредоточим свое внимание на движениях, достигающих ранее поставленной цели, или целенаправленных.

Рассмотрим множество всех возможных движений базисной модели. Если среди этих движений существуют такие, которые достигают заранее поставленной цели, то эти целенаправленные движения должны составлять подмножество всех возможных движений. Иначе говоря, на возможные движения базисной модели должны быть наложены некоторые дополнительные условия, вытекающие из цели, причем эти дополнительные условия должны быть достаточно формализованы. Поставленную словесно или мысленно цель движения необходимо перевести на формализованный язык, например на язык уравнений, связывающих между собой обобщенные координаты базисной модели. Эти уравнения не зависят от законов механики и являются формализованным выражением «хотения» человека; может ли он в действительности исполнить то, что требуют эти «хотения», разумеется, зависит от законов механики. Вместо «хотения» можно говорить «цель движения»; этим последним термином мы и будем пользоваться в дальнейшем.

Итак, мы принимаем, что цель движения выражается при помощи некоторых уравнений вида

$$\Phi^u(\eta^{\lambda}, t) = 0 \quad (u = 1, 2, \dots, U \leq N) \quad (10)$$

Это могут быть какие угодно уравнения — конечные, дифференциальные, интегро-дифференциальные и т. п.

В соответствии с этим введем основную гипотезу механики человека. Математическая модель всякой цели человека, достижимой при помощи локомоторных движений, может быть представлена в виде уравнений, связывающих обобщенные координаты базисной модели.

Это положение названо гипотезой, потому что пока не проведены специальные эксперименты для его подтверждения или опровержения.

Уравнения, выражающие математическую модель цели человека, называются программой движения. Таким образом, цель формализуется в виде программы движения.

Если в программе движения имеется  $N$  независимых уравнений, так что можно однозначно определить закон движения базисной модели, т. е.  $N$  функций времени

$$\eta^{\lambda} = \eta^{\lambda}(t) \quad (11)$$

то программа называется полной, в противном случае неполной. Закон движения (11) называется программным.

Если программа неполна, то ее всегда можно дополнить путем постановки дополнительной цели движения, математическая модель которой имеет вид

$$\Psi^v(\eta^{\lambda}, t) = 0 \quad (v = 1, 2, \dots, V; V + U = N) \quad (12)$$

В этом случае программа (1) называется основной, а программа (12) — дополняющей.



В дальнейшем мы чаще всего будем предполагать, что программа либо полна, либо дополнена.

Полную программу всегда будем обозначать в виде

$$f^{\sigma}(\eta^{\lambda}, t) = 0 \quad (\sigma = 1, 2, \dots, N) \quad (13)$$

Обычно уравнения программы обладают свойством наглядности и доказательности; из них самих, без дополнительных исследований, обычно очевидно, что поставленная словесно или мысленно цель движения достигается, если программа выполнена. Например, пусть цель движения состоит в том, чтобы тронуть пальцем некоторый предмет. Тогда координаты конца пальца и координаты некоторой точки предмета должны входить в уравнения программы таким образом, чтобы достижение цели делалось очевидным. Таким свойством наглядности и доказательности в данном примере обладает известный способ аркана, когда основная программа состоит в том, что из заданной точки предмета, как из центра, описана сфера, радиус которой за конечный промежуток времени уменьшается до нуля, а конец пальца должен всегда находиться на этой сфере.

Программный закон движения (11) представляет собою движение, достигающее цели. Само движение еще не выполнено и, может быть, еще не начато; тем не менее точно известно, что если программный закон движения будет выполнен, то цель будет достигнута. Таким образом, программный закон движения представляет собою математическую модель предвидимого будущего.

Важно отметить, что программа и программный закон движения не используют никаких понятий динамики; они независимы от законов динамики и являются математическим выражением «хотения» или воли человека.

Можно представить себе случай, когда программа сформулирована в виде уравнений движения некоторого объекта, отличающегося от базисной модели; мы пока не будем рассматривать такие программы.

### УРАВНЕНИЯ ЦЕЛЕНАПРАВЛЕННОГО ДВИЖЕНИЯ

Для достижения цели движения человек использует свой мышечный аппарат и изменение внешних сил при помощи мышечного аппарата; никаких других средств в его распоряжении нет. Мышечный аппарат при локомоциях управляет движением базисной модели, принуждая его двигаться в соответствии с программным законом движения, т. е. в соответствии с предвидимым будущим. Управление есть целенаправленное принуждение.

Воспользуемся уравнениями естественного движения в виде (5), причем в качестве уравнений связей примем (4). Для уравнений естественного движения программа (13) представляет собою некоторую связь, которая может быть довольно общего вида, даже не рассматриваемого обычно в классической механике.

Если мы подставим в уравнения естественного движения программный закон движения, то, вообще говоря, не получим тождества. Мы можем сказать, что программа и уравнения естественного движения **не совместны**. Чтобы получить уравнения целенаправленного движения, необходимо изменить уравнения естественного движения — именно изменить, а не просто преобразовать к новым переменным. Это изменение должно быть таково, чтобы измененные движения стали совместны с программой, т. е. чтобы каждое решение этих уравнений при начальных условиях, удовлетворяющих программе, давало программный закон движения.

Простейший (но не единственный) способ изменения уравнений естественного движения состоит в добавлении к правой части (5) дополни-



тельных сил и моментов, аналогичных реакциям связей. Обозначив эти силы и моменты все вместе через  $S_p$ , получим уравнения движения в следующем виде

$$\begin{aligned} b_{pq} \ddot{\xi}^q + B_{p,qr} \dot{\xi}^q \dot{\xi}^r &= X_p + Z_p + S_p \\ \xi^p &= \xi^p(\eta^\lambda) \\ \dot{f}^\sigma(\eta^\lambda, t) &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

Эти уравнения называются **уравнениями целенаправленного движения**. Выполняя свертку, как в (8), получаем

$$\begin{aligned} b_{pq} \frac{\partial \xi^p}{\partial \eta^\lambda} \ddot{\xi}^q + B_{p,qr} \frac{\partial \xi^p}{\partial \eta^\lambda} \dot{\xi}^q \dot{\xi}^r &= X_p \frac{\partial \xi^p}{\partial \eta^\lambda} + S_p \frac{\partial \xi^p}{\partial \eta^\lambda} \\ \dot{f}^\sigma(\eta^\lambda, t) &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Заменив переменные и написав вместо программы программный закон движения, имеем

$$\begin{aligned} c_{\lambda\mu} \ddot{\eta}^\mu + C_{\lambda,\mu\nu} \dot{\eta}^\mu \dot{\eta}^\nu &= Y_\lambda + \Pi_\lambda \\ \eta^\lambda &= \eta^\lambda(t) \end{aligned} \quad (16)$$

где введено обозначение

$$\Pi_\lambda = S_p \frac{\partial \xi^p}{\partial \eta^\lambda} \quad (17)$$

Чтобы уравнения движения и программный закон движения, т. е. предвидимое будущее, были совместны, достаточно выбрать  $\Pi_\lambda$  следующим образом

$$\Pi_\lambda(t) = c_{\lambda\mu} \ddot{\eta}^\mu + C_{\lambda,\mu\nu} \dot{\eta}^\mu \dot{\eta}^\nu - Y_\lambda \quad (18)$$

В этом случае величина  $\Pi_\lambda$  называется **обобщенной управляющей силой**. Тогда для определения мышечных усилий имеем систему уравнений

$$\frac{\partial \xi^p}{\partial \eta^\lambda} S_p = \Pi_\lambda(t) \quad (19)$$

По-видимому, это пока единственно возможный способ определения мышечных усилий, развиваемых человеком при психомоторном акте.

Определив из (19) все  $S_p$ , мы из (14) можем найти реакции  $Z_p$ . Таким образом, для целенаправленного движения решены все вопросы, которые механика вообще может решить. Сделано это при помощи решения **первой** задачи механики, т. е. без интегрирования уравнений целенаправленного движения. Отметим, что такое интегрирование для целенаправленного движения **в принципе** невозможно, так как неизвестен закон мышечных сил. Установленный в физиологии закон Хилла не может быть применен для интегрирования уравнений целенаправленного движения. Это видно хотя бы из результатов численных исследований, проведенных на ЭВМ. Обнаружено, что закон действия мышечных сил зависит в основном от выполняемой программы; в законе Хилла целенаправленность движения совершенно не учтена.

Этот результат показывает, что, по-видимому, нельзя ожидать открытия универсального закона действия мышечных сил наподобие закона тяготения.



# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АКЦЕПТОРА РЕЗУЛЬТАТА ДЕЙСТВИЯ

Акцептор действия есть орган переменной структуры, которая зависит от цели движения. Он должен обнаруживать отклонения действительного движения от предвидимого будущего и вмешиваться в деятельность мышечного аппарата таким образом, чтобы гасить возникшие отклонения.

Пусть мышечный аппарат работает идеально, так что обобщенная управляющая сила в точности равна значению (18); тогда вмешательства акцептора результата действия не требуется.

Теперь пусть мышечный аппарат вырабатывает обобщенную силу  $\Pi_\lambda^*$ , причем

$$\Pi_\lambda^* \neq \Pi_\lambda \neq 0 \quad (20)$$

Можно высказать предположение, что никакой основной команды вообще не существует и поэтому сила  $\Pi_\lambda$  вообще не вырабатывается, тогда

$$\Pi_\lambda^* \equiv 0 \quad (21)$$

В этих случаях появятся отклонения от программного закона движения (т. е. от предвидимого будущего), которые мы можем оценить следующим образом. Если подставить фактическое значение обобщенных координат в уравнения программы, то эти уравнения не будут удовлетворены, и в правой части (13) появится величина, не равная тождественно нулю. Обозначим ее через  $h^\sigma$ . Тогда вместо (13) получим

$$f^\sigma(\eta^\lambda, t) = h^\sigma \quad (22)$$

Величину  $h^\sigma$  примем за меру отклонения действительного движения от программного и назовем **ошибкой движения**.

Если человек действительно считает величину  $h^\sigma$  мерой отклонения от предвидимого будущего, то акцептор результата действия должен работать таким образом, чтобы обнаружить ошибку движения и послать на мышечный аппарат специальные команды, вследствие которых появятся мышечные усилия и моменты мышечных усилий; их все вместе обозначим через  $H_p$ . Вместо уравнений (14) теперь имеем

$$b_{pq} \ddot{\xi}^q + B_{p,qr} \dot{\xi}^q \dot{\xi}^r = X_p + Z_p + S_p^* + H_p$$

$$\xi^p = \xi^p(\eta^\lambda) \quad (23)$$

$$f^\sigma(\eta^\lambda, t) = h^\sigma$$

$$S_p^* \neq S_p$$

Тогда вместо уравнений целенаправленного движения (16) получим уравнения действительного движения в виде

$$c_{\lambda\mu} \ddot{\eta}^\mu + C_{\lambda,\mu\nu} \dot{\eta}^\mu \dot{\eta}^\nu = \Upsilon_\lambda + \Pi_\lambda^* + K_\lambda(h^\sigma)$$

$$f^\sigma(\eta^\lambda, t) = h^\sigma \quad (24)$$

где

$$K_\lambda(h^\sigma) = \frac{\partial \xi^p}{\partial \eta^\lambda} H_p \quad (25)$$

здесь  $H_p$  и  $K_\lambda$  назовем **корректирующими силами**. Уравнения (24) уже не описывают идеального целенаправленного движения, точно достигающего поставленной цели. Однако при надлежащем выборе сил  $K_\lambda$  ошибки движения могут оставаться достаточно малыми, и цель движения может достигаться с приемлемой точностью.



Из (22) мы видим, что при полной программе ошибка движения определяется  $N$  числами. По-видимому, трудно себе представить, чтобы акцептор результата действия следил за таким большим числом величин. Поэтому следует предположить, что акцептор результата действия интересуется выполнением только **основной** программы движения типа (10). Если эта программа выполняется неточно, то появляется **основная** ошибка движения  $h^u$ , определяемая уравнениями

$$\Phi^u(\eta^{\lambda}, t) = h^u \quad (26)$$

Основная ошибка движения определяется обычно небольшим числом величин, даже только одной величиной, как в приведенном раньше примере способа аркана.

Уравнения действительного движения получаем теперь в виде

$$c_{\lambda\mu}\ddot{\eta}^{\mu} + C_{\lambda,\mu\nu}\dot{\eta}^{\mu}\dot{\eta}^{\nu} = \Upsilon_{\lambda} + \Pi_{\lambda}^* + K_{\lambda}(h^u) \quad (27)$$

$$\Phi^u(\eta^{\lambda}, t) = h^u$$

Дополняющая программа здесь, вообще говоря, может не существовать.

Процесс функционирования акцептора результата действия аналогичен процессу замыкания управления, известному из теории регулирования. Поэтому уравнения (24) и (27) назовем **уравнениями замкнутого движения**. Для исследования замкнутого движения, т. е. функционирования акцептора результата действия, необходимо интегрировать систему (24) или (27). Методы теории устойчивости движения, по-видимому, неприменимы, благодаря быстротечности психомоторного акта и частой смене программ движения, вследствие чего изменяется даже самый вид системы уравнений.

Здесь представлены математическая модель функционирования акцептора результата действия, а не модель его структуры; таким образом, предлагаемая модель носит феноменологический характер.

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КЛАССИФИКАЦИИ ОБСТАНОВКИ

Как уже говорилось, мы принимаем, что классификация обстановки происходит по принципу дихотомии. Поэтому для построения математической модели классификации нужно ввести достаточно формализованный дихотомический признак. Показать, как это можно сделать, проще всего на несложном примере.

Пусть человек идет по людной улице; его цель — достигнуть некоторого места на этой улице. Все прочие люди вокруг него образуют внешнюю обстановку, к которой он должен приспособлять свое движение. Для этого необходимо классифицировать обстановку.

Промежуточная цель движения человека, идущего по улице, — не сталкиваться с прочими людьми. Чтобы достигнуть этой цели, достаточно классифицировать обстановку на два класса: есть опасность столкновения — нет опасности столкновения.

Представим себе, что человек поставил вокруг себя некоторую линию, обладающую тем свойством, что если все остальные пешеходы находятся дальше этой линии или на ней, то опасности столкновения нет, а если они проникают сквозь нее, то появляется опасность столкновения. Такую линию можно назвать **линией безопасности**; таким образом, постановка линии безопасности доставляет нам дихотомический признак классификации обстановки.

Чтобы формализовать этот признак, напишем уравнение линии безопасности в системе координат, связанных с классифицирующим человеком. Линия безопасности теперь движется вместе с человеком и, может



быть, деформируется в зависимости от того, как именно движется человек. Пусть уравнение линии безопасности

$$\Theta(x_i, t) = 0 \quad (28)$$

где  $x_i$  — текущие координаты линии безопасности. Пусть координаты ближайшего из пешеходов в той же самой системе координат будут  $X_i$ ; если подставить эти координаты в уравнение линии безопасности, то оно, вообще говоря, не удовлетворится, и вместо уравнения (28) мы должны написать

$$\Theta(X_i, t) = g \quad (29)$$

Величина  $g$  может служить дихотомическим признаком классификации обстановки, если мы условимся, что при  $g \geq 0$  опасности не существует, а при  $g < 0$  опасность появляется. Теперь для классификации обстановки человек должен оценивать знак признака  $g$ . При этом не появляется никаких чисел: человек на основании прошлого опыта просто знает, опасна или безопасна обстановка. Численное значение величины  $g$  появляется только при математическом моделировании.

Мы можем предположить, что в основной психический узел человека заложен способ классификации при помощи величины  $g$ , хотя, конечно, там не присутствует уравнение (28) или (29). Это уравнение появляется только в памяти вычислительной машины, при помощи которой выполняется моделирование психомоторного акта.

Уравнения типа (28) или (29) назовем **классификационными**. Таким образом, математическая формализация процесса дихотомии производится при помощи классификационных уравнений.

По-видимому, в психомоторной деятельности человека довольно обычным является тот случай, когда существует необходимость введения многих дихотомических классов обстановки; кроме того, могут встретиться случаи, когда некоторый класс характеризуется не одним дихотомическим признаком, а несколькими. Поэтому в общем случае всю совокупность классификационных уравнений нужно записать в виде системы уравнений с двумя индексами

$$\Theta_{kl}(x_i, t) = g_{kl} \quad (30)$$

Здесь индекс  $k$  пробегает столько значений, сколько должно быть дихотомических классов, а индекс  $l$  — столько значений, сколько признаков характеризует некоторый класс обстановки.

Возможно, что для классификации обстановки человек всякий раз создает особый функциональный орган, аналогичный акцептору результатов действия.

Довольно часто встречаются случаи, когда классификационные уравнения совпадают с уравнениями программы. Тогда классификационным признаком является просто ошибка движения. Если этого нет, то классификационные уравнения и программы существуют парами: каждому классификационному уравнению соответствует своя программа. Если реализовалась некоторая обстановка, то соответствующая программа выполняется человеком автоматически.

При математическом моделировании все классификационные уравнения или классификационные признаки находятся в памяти машины.

Подводя итоги рассмотрения математической модели психомоторного акта, следует отметить, что подобным же образом можно строить математическую модель деятельности робота, обладающего элементами «искусственного интеллекта».

Поступила в редакцию  
5.VI.1980